

SZAKDOLGOZAT

Madarak kollektív leszállásának vizsgálata számítógépes szimulációval

FERDINANDY BENCE

Fizika BSc., fizikus szakirány

III. évfolyam



Témavezetők:

PROF. VICSEK TAMÁS

KUNÁL BHATTÁCHÁRYÁ

ELTE, Biológiai Fizika Tanszék

Kivonat

A rajokban elő madarak rendkívüli összehangoltsággal képesek együtt repülni és leszállni. Megszokott látvány, ahogy a sirályok a Duna fölött, vagy a galambok a házak között úgy váltanak irányt, mintha egyetlen akarat irányítaná őket. Munkahipotézisünk, hogy mind a repülés, mind a leszállás nagyfokú szervezettségét az egyéni döntések ismeretlen mechanizmusok általi szerveződése alakítja ki. Célunk a különböző madarak leszállási szándékainak rendeződését fenomenológiai szinten leírni. Ennek érdekében bevezetünk egy háromdimenziós, önhajtott részecskés modellt, amelyben a madarak különböző, ún. szociális erők hatására, az *a priori* leszállási szándékaikat szinkronizálják, kollektív landolást előidézve. Az *a priori* döntések a madarakra ható zajon keresztül csatolódnak a mozgáshoz, azok az egyének szintjén fokozatosan torzítják a zaj eloszlását, végeredményben a leszállás felé terelve a madarakat. A dolgozatban megmutatjuk, hogy a modellben a kezdeti leszállási szándékok szórása lényegesen nagyobb, mint a ténylegesen megtörténő, leszállási idők szórása, így azok valóban szinkronizálódnak, illetve elemezzük a modell viselkedését különböző paraméterek esetén.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton is szeretném megköszönni Vicsek Tamásnak, hogy a csoportjában dolgozhattam. Köszönöm Kunál Bhattacháryának, hogy mindig végtelen lelkesedéssel segített a munkámban.

Köszönet illeti Ábel Dánielt, korábbi témavezetőmet, és Nagy Mátét a dolgozat alapjául szolgáló korábbi munkám során nyújtott segítségükért.

Ezenkívül köszönöm mindazoknak, akik elolvasták a készülő dolgozatot és megjegyzéseikkel segítettek annak befejezését.

Budapest, 2010. május 28.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. Irodalmi áttekintés	2
2.1. Döntéshozatal, a vélemények változása	2
2.2. Az önhajtott részecske	4
2.2.1. Rendeződés két dimenzióban	5
2.2.2. Madárrajok kollektív leszállása	7
3. Modell	10
3.1. Alapgondolatok	10
3.2. A mozgásegyenletek megformálása	10
3.2.1. A szociális erő fogalmának tisztázása és a mozgás szétválasztása	10
3.2.2. A vízszintes irányú erők és a kölcsönhatási tartomány	11
3.2.3. A függőleges irányú erők és a fáradás	12
3.2.4. A mozgásegyenletek és a leszállt madarak állapota	13
3.3. Összevetés a 2.2.2-ban bemutatott Daruka-moddellel	14
3.4. A modell részletei	15
3.4.1. Az erők részletes alakjai	15
3.4.2. Paraméterek, mértékegységek és kezdőfeltételek	17
4. Eredmények	18
4.1. Vízszintes rendeződés	18
4.2. A leszállás kvantitatív jellemzése	18
4.3. Egy tipikus leszállás	20
4.4. A leszállás függése a paraméterektől	24
5. Összegzés	27
Hivatkozások	28
Nyilatkozat	30

Ábrák jegyzéke

2.1. Döntéshozatal: extrém reakció	4
2.2. SVM: trajektóriák	6
2.3. Daruka-modell: sebességmezők	8
2.4. Daruka-modell: A döntést jellemző paraméterek az idő függvényében.	9
4.1. A vízszintes zajtól való függés.	19
4.2. Egy tipikus leszállás síkbeli trajektóriái.	20
4.3. Egy tipikus leszállás magasság-idő függvényei.	21
4.4. Tipikus leszálláskor a madarak átlagos z irányú sebessége.	22
4.5. Tipikus leszállás során a leszállt madarak száma az összes madár százalékában.	23
4.6. Tipikus leszállás során az átlagos szomszédság.	23
4.7. A rajméret függés.	25
4.8. A szórás függés.	25
4.9. A függőleges zajtól való függés.	26
4.10. Az f_z^h -tól való függés.	26

Táblázatok jegyzéke

3.1. A modell paramétereinek összefoglalása.	17
4.1. Egy tipikus leszállás jellemzői.	22

1. Bevezetés

„Birds of a feather flock together”

– angol közmondás

Az utóbbi időben egyre több fizikus figyelme fordul olyan területek felé, amelyek hagyományosan nem a fizika tárgykörébe tartoznak. Efféle terület a jelen dolgozatban terítékre kerülő kollektív mozgás is.

Kollektív viselkedés alatt azt értjük, hogy egy kisebb egységekből felépülő rendszer az egységek kölcsönhatásának folyományaként makroszkópikus rendezettséget mutat. A fizikusok számára ez nem ismeretlen terep, hiszen a statisztikus fizika is lényegében ezzel foglalkozik. Nem meglepő tehát, hogy eszköztárukat megpróbálták bevetni a hasonló, ámde nem fizikai folyamatoknál.

Világunk számos olyan jelenséget produkál, ahol tettenérhetünk kollektív jelenségeket. A példák közt megtaláljuk az emberi társadalom termékeit és a legkülönbözőbb élőlények viselkedéseit is [1, 2]. Sokak által személyesen megtapasztalt jelenség a gyalogosok közlekedése [2], az előadások utáni tapsolás [3] vagy a stadionokban terjedő „mexikói hullámok” [4], hogy csak néhány olyan tevékenységet említsünk, ahol az emberek szinkronizáltan cselekednek.

Az állatvilágban előforduló esetek talán nem olyan széles körben ismertek, mint a fentiek, de annál nagyobb jelentőségük van az állatok számára. A kollektív döntéshozatal rengeteg taxonnál megfigyelhető: rovaroknál [5, 6], halaknál [7], madaraknál [8, 9], emlősöknél [10] és főemlősöknél is [11]. Ez a táplálék hatékony felkutatásától kezdve a ragadozók elől való menekülésig [12] számos célt szolgálhat, amely összességében növeli a csoport túlélési esélyeit. Többek között az emberi fajt is kifinomult kooperációs készségei különböztetik meg a többi fajtól.

A kollektív viselkedés tanulmányozása és megértése számos lehetőséget rejt magában. Mindennapi életünket ezernyi olyan jelenség befolyásolja, melynek a kialakulásáért több millió egyén együttes magatartása felelős. Az internet, a globális szabadpiac és a hét milliárd éhes száj korában ezek megismerése döntő fontosságú lehet az emberiség fejlődésében.

Az ezzel kapcsolatos témák széles tárházából jelen dolgozat a madárrajok kollektív mozgásával, azon belül is azok leszállásával fog foglalkozni. Célunk, hogy egy olyan egyszerű modellt állítsunk fel, amely képes leírni a különböző motivációjú madarak eltérő leszállási szándékainak szinkronizálódását. A dolgozatban először

áttekintjük az irodalmat, bemutatva a korábbi modelleket, majd részletesen tárgyaljuk saját modellünket, összehasonlítva azt a korábbiakkal. Végül a modell viselkedését fogjuk bemutatni a számítógépes szimulációk eredményeit felhasználva és összegezzük tapasztalatainkat.

2. Irodalmi áttekintés

A kollektív jelenségek irodalma igen kiterjedt. Ez részben köszönhető a rendkívül sokszínű jelenségkörnek, részben pedig a sokféle különböző elven felépülő modellnek.

A modelleknek alapvetően két féle típusa van [1]. Az egyik fajta, ahol master-egyenlet vezérel néhány makroszkopikus változóból álló állapotteret. Ebben az esetben a mikroszinten történő dolgokról a modell nem tud semmit, közvetlen a makroszkopikus mennyiségekkel dolgozik.

A másik módszer az úgynevezett ágens alapú modellezés. Ez esetben a konstrukciót az ágensok szintjén alkotják meg és a különböző tulajdonságokkal és viselkedési formákkal felruházott ágensok kölcsönhatásából alakul ki a makroszkopikus viselkedés. Bár általában a master-egyenletek megoldása is csak numerikusan lehetséges, az ágens-alapú modellezésben gyakorlatilag elengedhetetlen a számítógépes szimuláció. A fejezet további részeiben kizárólag ágens alapú modelleket fogunk bemutatni.

2.1. Döntéshozatal, a vélemények változása

Michard és Bouchaud [3] munkássága jó példa arra, hogyan lehet a fizika eszköztárát olyan jelenségek megismerésében bevetni, amelyek a fizikusok hagyományos érdeklődésétől távol állnak. Lényegében a Véletlen Tér Ising Modellt alkalmazták egy csoport kollektív véleményének változására és ezt összevetették empirikus adatokkal, többek között a már említett tapsolással. A problémára adaptált modell a következőképpen néz ki: minden i ágensnek egy bináris döntést kell meghoznia, amelynek kimenetét jelölje $S_i = \pm 1$. Három különböző dologtól függ, hogy az ágens milyen döntést hoz. Először is van egy saját, időben változatlan, *a priori* véleménye, $\Phi_i \in]-\infty, +\infty[$, amelynél a pozitív érték az $S_i = +1$, míg a negatív érték az $S_i = -1$ preferálását jelenti. Másodszor van egy külső, mindenkire egyformán ható „tér”. Ez a vizsgált problémától függően lehet egy termék ára, egy szavazásról szóló elemzések

stb. Ez a közös $F(t) \in]-\infty, +\infty[$ polarizációs tér időfüggő. Harmadszor pedig az i ágens döntését a $\mathcal{V}_i$ környezetéhez tartozó más ágensek döntése befolyásolja. A j ágens hatása i -re $J_{ij}S_j$, ahol a J csatolási állandó lehet pozitív vagy negatív, attól függően, hogy konformista, vagy non-konformista viselkedést követnek az ágensek. A három hatás a következő egyenleten keresztül hat a döntésre:

$$S_i(t) = \text{sgn} \left(\Phi_i + F(t) + \sum_{j \in \mathcal{V}_i} J_{ij} S_j(t-1) \right). \quad (2.1)$$

Látható, hogy a „nem”-ről az „igen”-re akkor változik meg az ágens döntése, ha az őt befolyásoló hatások összessége elér egy küszöbértéket. Amennyiben minden $J_{ij} > 0$, úgy ez a modell ekvivalens a nulla hőmérsékletű Véletlen Tér Ising Modellel.

Vizsgáljuk először a csatolás nélküli viselkedést. Legyen $R(\Phi)$ Φ_i eloszlásfüggvénye, azaz annak a valószínűsége, hogy $\Phi_i < \Phi$. A közvéleményt mérjük az $\mathcal{O} = \frac{1}{N} \sum_i S_i$ átlagos véleménnyel, ahol feltételezzük, hogy N nagyon nagy. Ekkor adott F mellett a kölcsönhatás nélküli $\mathcal{O}_0$ közvéleményt az

$$\mathcal{O}_0 = -1 \cdot R(-F) + 1 \cdot (1 - R(-F)) = 1 - 2R(-F) \quad (2.2)$$

egyenlet írja le. Amennyiben Φ_i -k eloszlása megfelelően sima, és F lassan növekszik $-\infty$ -től $+\infty$ -ig, úgy az átlagos vélemény is simán változik.

Amennyiben a csatolás is szerepet játszik a folyamatban, úgy ez a simaság könnyen eltűnhet. Tekintsük a legegyszerűbb esetet, az úgynevezett átlag-tér csatolást, amelyben $\forall(i, j)$ -re $J_{ij} = 1/N$. Ez nem azt jelenti, hogy minden ágens minden ágenssel konzultál a döntésről, mindössze annyit jelent, hogy a közvélemény valamilyen formában mindenki számára elérhető, például ahogy a választások előtt felméréseket készítenek. Ez a csatolás a 2.2 egyenletben szereplő F -et eltolja $F + J\mathcal{O}$ -ba, az

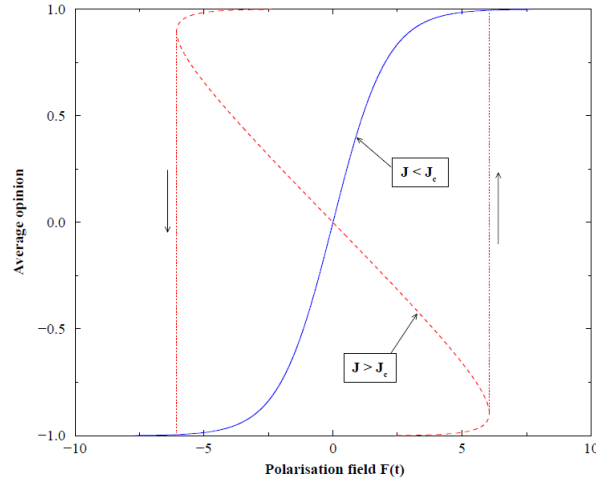
$$\mathcal{O} = 1 - 2R(-F - J\mathcal{O}) \quad (2.3)$$

önkonzisztens egyenletet eredményezve.

Michard és Bouchaud azt találták, hogy ha a J csatolást növeljük, akkor egy $J_c = A\sigma$ értéknél $d\mathcal{O}/dF$ maximuma divergál, ahol σ a Φ -k sűrűségfüggvényének szórása, A pedig egy numerikus konstans amely a topológiától és sűrűségfüggvény részletes alakjától függ. Tehát egy változatos populáció kevésbé hajlamos hirtelen

véleményváltozásra.

A kritikus J érték felett a 2.3 egyenletnek két stabil és egy instabil megoldása van. Ahogy F -et növeljük $-\infty$ -tól a $+\infty$ -ig, egy bizonyos $F_c(J)$ értéknél szakadással felugrik a megoldás az alsó stabil ágról a felső stabil ágra (visszafelé szimmetrikusan a $-F_c(J)$ -nél ugrik le a felsőről az alsóra). Azt találták tehát, hogy lassú és sima külső hatásokra is képes egy populáció hirtelen és extrém módon reagálni.



2.1. ábra. Az átlagos vélemény $F(t)$ függése $J > J_c$ esetén. F lassú növelése is hirtelen változást idéz elő (ábra [3]-ből).

2.2. Az önhajtott részecske

Az angol irodalomban *self-propelled particle* (SPP) névre hallgató önhajtott részecske koncepcióját Vicsek és munkatársai vezették be (1995 [14]). A koncepció lényege, hogy a rendszer olyan részecskékből áll, amelyek tetszőlegesen változtathatják sebességük nagyságát és irányát. Ez ahhoz vezet, hogy a rendszer sérti a klasszikus mechanika megmaradási törvényeit, sem az energia, sem az impulzus, sem az impulzusmomentum nem marad meg. Egy ilyen modell látszólag nem írhatna le valóságos mozgást, de ez az ellentmondás feloldható. Ha az önhajtott részecskére úgy tekintünk, mint egy állat modelljére, akkor az rendelkezik egy belső energiaraktárral és egy közegben mozog. Ezek szavatolják a megmaradási törvények teljesülését, de a jelenségek szempontjából nem érdekes részletek, így egyszerűen eltekintünk a követésüktől.

A számos modell közül, amelyek az SPP koncepcióját használják, ebben a részben kettőt fogok bemutatni. Az egyik az eredeti, '95-ös SPP modell, ami azok két dimenziós rendeződését írja le. Erre a modellre az irodalomban többnyire mint Vicsek-modell vagy SVM (Standard Vicsek Model) hivatkoznak, mi a továbbiakban SVM-nek fogjuk hívni. A másik modell, a Daruka-modell pedig hozzánk hasonlóan madarak kollektív leszállásával foglalkozik. Előbbi azért is érdekes, mert két dimenziós rendeződés a jelen munkában is előfordul, a másik pedig témájánál fogva közvetlen jelentőségű.

2.2.1. Rendeződés két dimenzióban

Az SVM egy viszonylag egyszerű rendszert tárgyal, amelyben egy kezdeti rendezetlen mozgásból fázisátalakulással előáll egy rendezett mozgás. A rendszert egy L oldalhosszúságú, periodikus határfeltételű négyzetben elhelyezkedő N darab részecske alkotja. Ezek a részecskék állandó nagyságú sebességgel haladnak, melynek irányát minden időlépésben az r sugarú környezetükben lévő részecskék átlagos iránya és egy véletlenszerű zaj határozza meg. A $\mathbf{v}_i$ sebességek és a részecskék $\mathbf{x}_i$ helyzetei párhuzamosan kerülnek frissítésre az

$$\mathbf{x}_i(t + \Delta t) = \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{v}_i(t)\Delta t \quad (2.4)$$

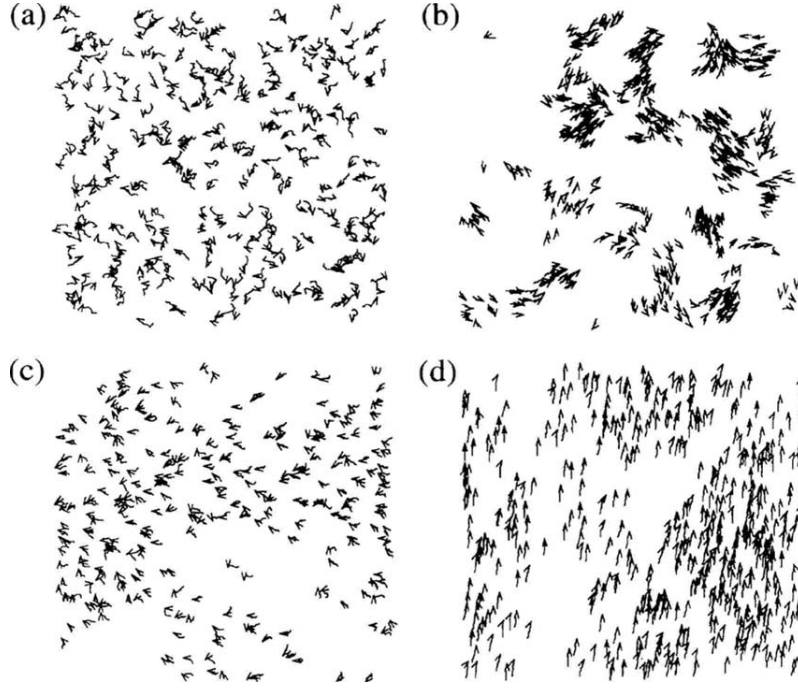
egyenlet alapján, ahol a $\mathbf{v}_i(t + \Delta t)$ sebesség nagysága v és irányát pedig az

$$\vartheta_i(t + \Delta) = \langle \vartheta(t) \rangle_r + \Delta\vartheta. \quad (2.5)$$

egyenlet szabja meg. Itt $\langle \vartheta(t) \rangle_r$ az i -edik részecske körüli r sugarú körben lévő részecskék sebességének átlagos iránya, míg $\Delta\vartheta$ egy véletlen zaj, amely a $[-\eta/2; \eta/2]$ intervallumon értelmezett egyenletes eloszlásból származik. Egy adott L -hez tehát három szabadon választható paraméter van: η , v és a $\rho = N/L^2$ sűrűség.

A kezdőfeltételeket úgy választották meg [14]-ben, hogy az N részecskét véletlenszerűen szétszórták a négyzetben és mindegyiknek adtak egy véletlenszerű kezdeti ϑ_i -t, v értékére pedig kiválasztottak egy konkrét számot (0,03 a $\Delta t = 1$ illetve az $r = 1$ mellett), amelynek változtatása lényegileg nem befolyásolja a modell jelenségeit.

A különböző ρ és η értékek melletti viselkedést tanulmányozhatjuk az 2.2 ábrán, ahol az egyes részecskék utolsó 20 lépése által kirajzolt pályákat láthatjuk. Az (a)



2.2. ábra. A részecskék trajektóriáinak rövid részletei különböző ρ és η értékek mellett. (a) kezdeti pillanat, (b) kis ρ és η , (c) nagy ρ és nagy η , (d) nagy ρ és kis η (ábra [14]-ből).

ábrán a kezdeti véletlen helyzeteket és irányokat láthatjuk, a (b) ábrán alacsony sűrűség és zaj esetén a részecskék kis csoportokba verődnek, a (c) ábrán nagy sűrűség és erős zaj mellett kis korrelációkkal alapvetően véletlenszerűen közlekednek, míg a (d) ábrán nagy sűrűség és alacsony zaj mellett az összes részecske azonos irányban halad. Mivel a

$$v_a = \frac{1}{Nv} \left| \sum_j \mathbf{v}_j \right| \quad (2.6)$$

mennyiség rendezetlen mozgásra körülbelül 0, míg egy irányba haladó részecskék esetén körülbelül 1, ezért a v_a átlagos sebesség tekinthető rendparaméternek. Azt találták, hogy konstans sűrűség mellett a zaj csökkentésével vagy állandó zaj mellett a sűrűség növelésével a rendszer rendezetlen fázisból rendezett fázisba lép át. Az $L \rightarrow \infty$ esetben

$$v_a \sim (\eta_c(\rho) - \eta)^\beta \text{ és } v_a \sim (\rho - \rho_c(\eta))^\delta, \quad (2.7)$$

ahol $\rho_c(\eta)$ és $\eta_c(\rho)$ a kritikus sűrűség és a kritikus zajszint, míg a kritikus exponensek, β és δ rendre $0,45 \pm 0,07$ és $0,35 \pm 0,06$.

Számunkra a tanulság az, hogy két dimenzióban, adott sűrűség mellett, amennyi-

ben a részecskék átlagolnak a szomszédjaik sebességeinek irányára, úgy a megfelelő zajszint megválasztása esetén a teljes rendszer haladó mozgást végez. Ezt modellünkben a madárraj haladó mozgásának előidézésénél fogjuk kamatoztatni.

2.2.2. Madárrajok kollektív leszállása

Daruka modellje (Daruka, 2009 [16]) ugyanazt a témakört írja le, mint a jelen dolgozat, így annak bemutatásán túl a későbbiekben még foglalkozni fogunk a két modell különbségeivel és hasonlóságaival is.

A modelljének alapját három dimenzióban mozgó önhajtott részecskék adják, amelyeknek a mozgását, a newtoni dinamikával mozgó részecskékhez hasonlóan, úgynevezett szociális erők irányítják. A modellben szereplő erő tagok nem próbálják meg a maga komplexitásában leírni egy madárraj mozgását és leszállását, csak fenomenológiai szinten próbálja megragadni a lényeges jelenségeket.

A gondolatmenet a következő volt: A madarak a valóságban viszonylag rendezetten, egy irányba mozognak, így egy sebesség átlagoló tag szükséges ($\mathbf{f}^{\text{aver}}$), amely a madár R sugarú környezetében lévő madarak sebességére átlagol. Az azonos irányba haladás mellett, a rajban repülő madarak arra is figyelnek, hogy többé-kevésbé azonos távolságokra repüljenek egymástól, így az R kölcsönhatási sugáron belül tartózkodó madarakra egy relatív távolság függő erő hat ($\mathbf{f}^{\text{adh}}$), amely nagyobb távolság esetén vonzó, kisebb távolság esetén pedig taszító, ezáltal biztosítva az optimális távolságot. Amennyiben ezeknek az erőknek a hatására a madár sebessége eltérne az optimális utazósebességtől, úgy az $\mathbf{f}^{\text{reg}}$ erő igyekszik visszatéríteni a preferált sebességre.

Az imént felsoroltakon kívül a modell igyekszik leírni a madarak viszonyát az alattuk elterülő tájhoz is. Az érvelés úgy szól, hogy a raj nem szeretne se túl közel repülni a felszínhez, se túl távol, mivel magasra repülni energiaigényes, míg alacsonyan repülve kevésbé tudnák átlátni a felszínt, ezáltal nehezebb tudnának élelem után kutatni. Ennek okán a modell tartalmaz egy erőt ($\mathbf{f}^{\text{land}}$), amely a madarakat ezen az optimális magasságon tartja, illetve egy $\mathbf{f}^{\text{dam}}$ csillapítást, amely az $\mathbf{f}^{\text{land}}$ által keltett mesterséges oszcillálciót hivatott meggátolni.

A fent említett erők önmagukban még csak azt okoznák, hogy a raj vízszintesen repül, de leszállásáról nem mondanak semmit. Ennek a leírására egy belső változó ($G \in]0; 1[$) szolgál, amely leírja, hogy a madár mennyire szeretne leszállni. A $G = 0$

azt jelenti, hogy egyáltalán nem akar, míg a $G = 1$ azt, hogy feltétlen le akar szállni. Erre a változóra két tényező van hatással, egy sztochasztikus hatás, amely a külső hatásokat foglalja össze, és a madarak közötti kölcsönhatás, ami determinisztikus.

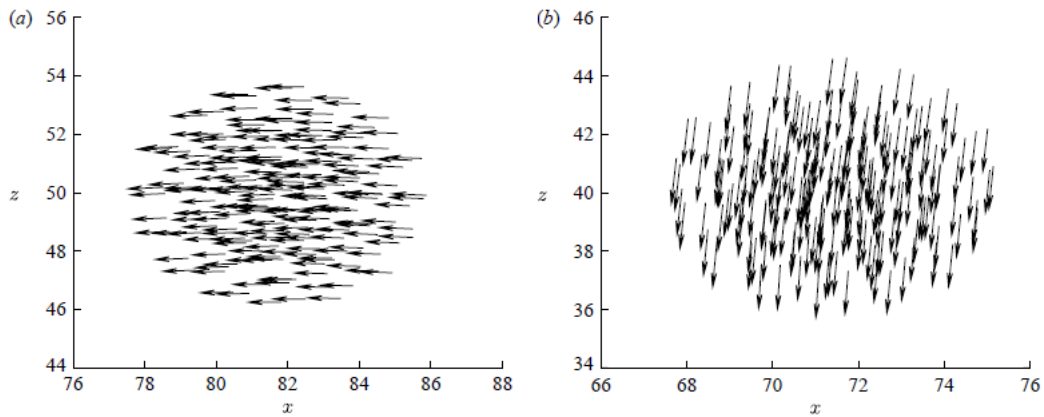
A sztochasztikus hatás időegységeként p valószínűséggel növeli G értékét. A növekedés mértéke madárról madárra változik, így véve figyelembe, hogy az élőlények nem egységesen reagálnak ugyanarra a hatásra. A konkrét ξ_i^{land} növekedéseket egy $[0; A]$ intervallumon vett egyenletes eloszlásból vett minták adják.

A determinisztikus hatás az adott madár R sugarú környezetében lévő többi madár átlagos leszállási szándékától függ. Amennyiben a $\langle G_i \rangle_R$ átlagos leszállási szándék a G_t küszöbérték alatt van, akkor a madár G_i leszállási szándéka csökken, míg ellenkező esetben nő. A két hatást együttesen a

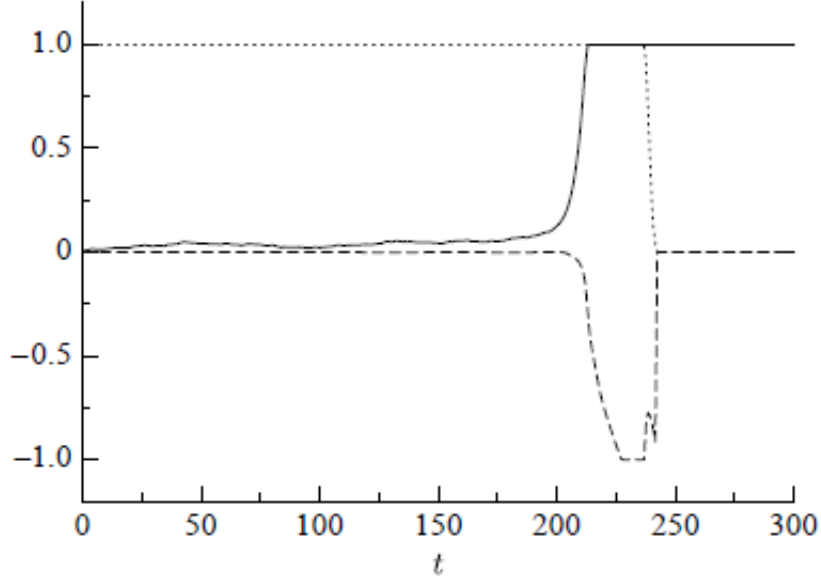
$$\frac{\partial G_i}{\partial t} = B(\langle G_i \rangle_R - G_t) + \xi_i^{\text{land}}, \quad (2.8)$$

egyenlet írja le.

Ez a mozgásba úgy csatolódik vissza, hogy amíg egy madár repülni akar, azaz G_i kicsi, úgy az $\mathbf{f}^{\text{land}}$ erő, amely a felszínhez való viszonyát szabályozza, taszítja attól. Mihelyst viszont G_i értéke meghaladja a G_l küszöbértéket, ez a viszony megváltozik, hiszen a madár már le akar szállni, és az $\mathbf{f}^{\text{land}}$ egy vonzó erővé alakul át.



2.3. ábra. A sebességmezők az xz síkra leképezve, ahol z a magasság. A két kép a különböző repülési szakaszokat ábrázolja, (a) a haladási szakasz, míg (b) a leszállási szakasz. A koherencia mindkét esetben jól látható (ábra [16]-ból).



2.4. ábra. A folytonos vonal az $\langle G \rangle$ átlagos leszállási szándék időfejlődését mutatja, a szagatott vonal az átlagos z irányú sebessége a rajnak, míg a pontozott vonal a repülő madarak számának hányada az összes madárhoz képest. A repülési és a leszállási szakasz jól elkülöníthető (ábra [16]-ból).

Összefoglalva tehát a dinamikát az

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \mathbf{f}_i^{\text{reg}} + \mathbf{f}_i^{\text{aver}} + \mathbf{f}_i^{\text{adh}} + \mathbf{f}_i^{\text{land}} + \mathbf{f}_i^{\text{dam}}. \quad (2.9)$$

egyenletet kapjuk, ahol $\mathbf{v}_i$ az i -edik madár sebessége és az $\mathbf{f}_i^{\text{land}}$ erő részleteit a 2.8 egyenlet szabályozza. Az Olvasó az erők és a paraméterek, illetve a paraméterek megválasztásának részleteit [16]-ban megtalálja. Természetesen az itt bemutatott viselkedéshez jól kell megválasztani a paramétereket.

A modell viselkedését a 2.3. illetve a 2.4. ábrákon tanulmányozhatjuk. A 2.3. ábrán két pillanatfelvételt láthatunk a madarak sebességeiről egy xz projekcióban, ahol a z a magasság. Ezeken jól látszik, hogy mind repülés, mind leszállás közben a madarak sebességei erősen korreláltak. A 2.4. ábrán pedig a repülési fázisból a leszállási fázisba való átmenetet figyelhetjük meg. Itt az átlagos leszállási szándék ($\langle G \rangle$), az átlagos z irányú sebesség, és a repülő madarak összes madárhoz képest vett hányadát követhetjük időben, ahol az átlagolásokat ebben az esetben az összes madárra értjük. Látható, hogy az átlagos leszállási szándék hirtelen nő fel, így a repülési és a leszállási fázis közötti átmenet viszonylag éles.

3. Modell

3.1. Alapgondolatok

Modellünk megalkotásakor azt az elméleti szituációt tekintettük alapul, hogy van egy rajban haladó madárcsapat, amelynek egyedei a hosszan tartó repülés során elkezdenek fáradni, de természetesen a különböző korú és egészségi állaptú egyedek különböző időkben fáradnak el. Feltehető ellenben, hogy a madárcsapatnak az az érdeke, hogy minél tovább tudjanak haladni, és közben lehetőleg ne szakadjanak szét.

Ezzel szemben a modell alkotás során nem kíséreltük meg figyelembe venni a valóságos madarak leszállása közben nyilvánvalóan fellépő egyéb hatásokat. Így a modell nem tartalmaz olyan információkat, hogy például a raj számára lehetnek megfelelő és nem megfelelő pihenőhelyek (például ha fák tetején jobb védelemben részesülnek, mint egy nyílt mezőn), vagy hogy elképzelhető, hogy érdemesebb korábban leszállni egy élelemben gazdag helyen és nem kivárni, amíg elfáradnak.

A modellben azt a lehetőséget is figyelmen kívül hagytuk, hogy a madarak, mint magasabb rendű élőlények, képesek lehetnek repülés közben explicit hírt adni valamilyen belső állapotukról, vagy annak megváltozásáról. Mivel a modellben a madarakat SPP közelítésben kezeljük, és úgy tekintünk rájuk, mintha nem lenne memóriájuk, így egymásról csak a sebesség és pozíció adatok állnak rendelkezésükre (tehát egymás gyorsulását sem képesek követni).

3.2. A mozgásegyenletek megformálása

3.2.1. A szociális erő fogalmának tisztázása és a mozgás szétválasztása

A madarakat modellünk esetében is úgynevezett szociális erők mozgatják, de differenciál-egyenletek szofisztikált numerikus megoldása helyett Δt időlépésekben hajtjuk előre a rendszert, ami az ilyen modelleknél megszokott. Mivel a modell pusztán fenomenológiai és a szociális erőknek nincsen fizikai megfelelője, így azoknak nem is kell feltétlenül erő dimenziójúnak lenni. Ennek folytán nem kíséreljük meg megmenteni a newtoni formalizmust – bár erre például egy fiktív erős súrlódás alkalmas lehetne –, és a szociális erőket sebesség dimenziójúnak vesszük. Ennek megfelelően modellünk arisztotelészi jellegű dinamikát követ, tehát a madarak sebességét

fogják meghatározni az erők, nem a megváltozását.

A modellünk egyik sajátossága, hogy a tér három dimenzióját szétválasztjuk és a vízszintes, illetve függőleges irányú mozgást függetlenül kezeljük. Hogy jobban követhető legyen, a jelölésben is mutatni fogjuk, így $\mathbf{f}_{xy,i}^{\text{zaj}}$ egy vízszintes irányú erőt fog jelölni, míg $\mathbf{f}_{z,i}^{\text{tasz}}$ egy függőleges irányút, az i index pedig az i -edik madárra utal. Az indexelésnek megfelelően a Descartes-koordinátarendszerünket úgy vesszük fel, hogy a z koordináta mutat függőlegesen felfelé, az x és az y pedig a horizontális síkot feszítik ki. Ugyanezen logika mentén bontható fel az $\mathbf{r}_i$ helyvektor és $\mathbf{v}_i$ sebességvektor $\mathbf{r}_{xy,i}$, $\mathbf{v}_{xy,i}$ illetve $\mathbf{r}_{z,i}$ és $\mathbf{v}_{z,i}$ komponensekre.

A szétválasztás rögtön ott megmutatkozik, hogy mind horizontálisan, mind vertikálisan a madarak egy konstans v nagyságú sebességgel haladnak, az erők csak ezeknek az irányát szabják meg. Így az x illetve y irányú sebességek folytonosan vehetnek fel értékeket 0 és v között, míg a z koordinátában csak diszkrét, $\pm v$ értékeket. Emögött az a megfontolás húzódik, hogy ha a vektoriális sebességet, mint háromkomponensű vektort normáltuk volna egységre, úgy azok a madarak, amelyek éppen leszállnak, lemaradtak volna. Mivel az egyedek csak véges tartományban képesek kölcsönhatni egymással, ezért a leszálló madarak állapota, mint információ elveszett volna a továbbrepülő madarak számára. A normálást azért tartottuk célszerűnek, mert ez a legegyszerűbb módja annak a biztosítására, hogy a madaraink egyenletes sebességgel haladnak.

3.2.2. A vízszintes irányú erők és a kölcsönhatási tartomány

A majdnem teljes szétválasztást a kölcsönhatási tartomány jellege teszi lehetővé, ugyanis az i -edik madár $\mathcal{V}_i$ kölcsönhatási tartománya egy R sugarú, z irányban végtelen henger, amelynek középpontjában a madár van, de maga az i -edik madár nem értendő bele. Ennek a választásnak hasonló okai vannak, mint a sebességek külön-külön normálásának. Ha ugyanis egy gömb alakú, vagy bármilyen olyan alakú tartományt vettünk volna, ami z irányban nem ér le a felszínig, úgy egy gyorsan leszálló madár által hordozott információ elveszne a raj többi része számára.

Mivel $\mathcal{V}_i$ a z irányban végtelen, ezért megtehetjük, hogy a továbbiakban a vízszintes irányú mozgást úgy tárgyaljuk, mintha a madarak csupán két dimenzióban mozognának. A harmadik dimenzióval való kapcsolatuk ebből a szempontból kizárólag a földetéréskor fog jelentkezni, így arról egyelőre megfeledkezhetünk.

A párhuzamos haladást a mi esetünkben is a $\mathcal{V}_i$ tartományba eső madarak sebességére vett átlagolás, az $\mathbf{f}_{xy}^{\text{átl}}$ biztosítja, amihez hozzáadódik a $\mathbf{f}_{xy}^{\text{zaj}}$ véletlen zaj, amely minden irányba azonos valószínűséggel mutat. Mivel ez eddig nagyon hasonlít a 2.2.1-ben tárgyalt SVM-re, ezért előre sejthető, hogy rendezett vízszintes mozgás itt is meg fog jelenni.

A zajon és az átlagoláson kívül még kétféle erő játszik szerepet a horizontális mozgásban. Az egyik – $\mathbf{f}_{xy}^{\text{tasz}}$ – azon elvárásunknak tesz eleget, hogy egy madárnak szüksége van bizonyos mennyiségű üres térre a repüléshez, ezért ez az erő eltaszítja a kérdéses madarat minden olyan madártól, ami a köré rajzolt d átmérőjű körön belülre kerül.

A másik erő – $\mathbf{f}_{xy}^{\text{koh}}$ – a madárraj térbeli kohézióját adja, amely feladatot az SVM-ben a periodikus határfeltétel látta el. A mi modellünkben ez úgy alakul, hogy ha egy madár $D/2$ -nél jobban eltávolodik a raj középpontjától, akkor egy visszafelé húzó erőt fog érezni, amely a raj középpontja felé mutat (természetesen szigorúan a két dimenziós vetület középpontja felé, tehát csak vízszintes irányban).

A vízszintes irányú mozgás feladata a keverés: az, hogy ki kinek a szomszédja, itt dől el. A függőleges irányú mozgás a szomszédság kérdésébe csak azáltal tud beleszólni, hogy hány madár kerül egymás fölé. A következő részben látni fogjuk, hogy ez a szám erősen behatárolt.

3.2.3. A függőleges irányú erők és a fáradás

Bár a függőleges irányú mozgásnál fellépő mennyiségek érthető okokból csak skalár mennyiségek, mégis megtartjuk a vektorokra jellemző vastagon szedést az egységesség érdekében. Ennél a mozgásnál is megtaláljuk az átlagolást, a zajt és a szabad tér utáni vágyat, amelyek rendre $\mathbf{f}_z^{\text{aver}}$, $\mathbf{f}_z^{\text{zaj}}$ és $\mathbf{f}_z^{\text{tasz}}$. Az $\mathbf{f}_{z,i}^{\text{átl}}$ a $\mathcal{V}_i$ környezetben lévő madarak z irányú sebesség komponensére átlagol, az $\mathbf{f}_z^{\text{zaj}}$ kezdetben egy $[-1; 1]$ intervallumon értelmezett egyenletes eloszlás, míg $\mathbf{f}_z^{\text{tasz}}$ akkor kezd el taszítani, ha a madarak $d/2$ távolságra megközelítik egymást. Ezek a mennyiségek a korábban vázoltakból természetesen következnek.

Elmondható, hogy a raj számára feltehetőleg létezik egy optimális repülési magasság, amelynél sem sokkal magasabban, sem sokkal alacsonyabban nem érdemes repülni. Ennek megfelelően bevezettünk egy $\mathbf{f}_z^h$ erőt, amely az optimális h magasság egy bizonyos környezetében lényegében nincs hatással a madár mozgására, de ha

ennél jobban eltávolodik tőle, úgy igyekszik visszatéríteni azt az eredeti magasság felé. Ebben az értelemben tehát a felszín mint egy konstans taszító erő jelenik meg a leszállás ellenében. A leszállásnak ez a modellje tulajdonképpen ennek az erőnek és az úgynevezett fáradásnak a kölcsönhatására van kihegyezve.

Ahogy a madarak fáradnak, egyre inkább szeretnének leszállni és ezt a többiek tudtára is adják. Ezt azáltal teszik, hogy egyre gyakrabban mozdulnak el lefelé, de ha a többiek nem indulnak el velük, akkor még „kitartanak” egy darabig. A fáradás technikailag úgy néz ki, hogy bizonyos $t_{f,i}$ idő eltelte után a zaj, ami az i -edik madárra hat, időben változó lesz, és fokozatosan elkezd torzulni. A kezdeti egyenletes eloszlásból végtelen idő eltelte után egy háromszög eloszlás alakul ki, azaz a zaj 75% valószínűséggel fog lefelé mutatni, és 25% valószínűséggel felfelé. A madarak különböző fizikai adottságait úgy modelleztük, hogy $t_{f,i}$ fáradási idők egy μ középpú, σ szórású Gauss eloszlásból származnak.

A z irányú mozgás tehát kezdetben egy h magasságon való repülésből áll, majd átlépve a $t_{f,i}$ időt, a zaj fokozatosan legyőzi az $\mathbf{f}_z^h$ erőt, így végül a madár leszáll.

3.2.4. A mozgásegyenletek és a leszállt madarak állapota

Összefoglalva tehát az erőket – amelyek szociális erők, tehát nem követik a newtoni dinamikát – az i -edik madárra vízszintesen az

$$\mathbf{f}_{xy,i}^{\text{össz}} = \mathbf{f}_{xy,i}^{\text{átl}} + \mathbf{f}_{xy,i}^{\text{zaj}} + \mathbf{f}_{xy,i}^{\text{tasz}} + \mathbf{f}_{xy,i}^{\text{koh}} \quad (3.1)$$

erők, míg függőlegesen az

$$\mathbf{f}_{z,i}^{\text{össz}} = \mathbf{f}_{z,i}^{\text{átl}} + \mathbf{f}_{z,i}^{\text{zaj}} + \mathbf{f}_{z,i}^{\text{tasz}} + \mathbf{f}_{z,i}^h \quad (3.2)$$

erők hatnak, melyeknek súlya állítható (lásd. 3.4.1). Ezek a szociális erők lényegében a madár sebességét adják meg, így diszkrét Δt időlépésekben haladva az

$$\mathbf{r}_{xy,i}(t + \Delta t) = \mathbf{r}_{xy,i}(t) + v \frac{\mathbf{f}_{xy,i}^{\text{össz}}}{|\mathbf{f}_{xy,i}^{\text{össz}}|} \Delta t \quad (3.3)$$

$$\mathbf{r}_{z,i}(t + \Delta t) = \mathbf{r}_{z,i}(t) + v \frac{\mathbf{f}_{z,i}^{\text{össz}}}{|\mathbf{f}_{z,i}^{\text{össz}}|} \Delta t \quad (3.4)$$

egyenletek adják meg az i -edik madár mozgását. A 3.3 és 3.4 egyenleteket, ahogy eddig szerepeltek, mindaddig maradnak érvényben, amíg a madár repül, illetve amíg a $\mathcal{V}_i$ környezetében lévő madarak is repülnek.

A felszín kézenfekvő módon a $z = 0$ -ban található. Amennyiben egy madár z koordinátája valamely időlépésben $d/2$ -nél kisebb lenne, tehát a felszín belekerülne az $\mathbf{f}_{z,i}^{\text{tasz}}$ erő hatósugarába, akkor úgy tekintjük, hogy leszállt. Ekkor az 3.3 egyenlet által meghatározott x és y koordinátákba, illetve a $z = 0$ -ba kerül a madár, és a továbbiakban nem mozdul onnan. A többi madár ezentúl az $\mathbf{f}_{xy}^{\text{átl}}$ erő szempontjából nem veszi figyelembe a leszállt madarat, míg az $\mathbf{f}_z^{\text{átl}}$ erő szempontjából a z irányú sebessége $-v$ lesz. Ez utóbbi konstrukció lényegében azt műveli, hogy a már leszállt madár a még repülő madarakat továbbra is arra ösztönzi, hogy szálljanak le.

A modell további – kvantitatív – részleteit a 3.4 részben tárgyaljuk.

3.3. Összevetés a 2.2.2-ban bemutatott Daruka-modellel

Bár mindkét modell háromdimenziós SPP modell, alapvető különbségek vannak a felépítésükben. A különbségek egy részét inkább technikai jellegűnek neveznénk. Ilyen például a dinamika newtoni, illetve arisztotelészi megközelítése közötti különbség, vagy hogy a mi modellünkben a raj térbeli kohézióját nem a madarak közötti vonzás, hanem a valamivel szabadabb mozgást biztosító, a raj egésze és a madarak között ható vonzás biztosítja. Szintén ide sorolható, hogy a konstans sebesség modellünkben külön vízszintesen és függőlegesen is megvan normálás útján, míg Daruka modelljében ezt egy sebesség-szabályozó erő biztosítja a teljes, háromdimenziós sebességre.

Ezeknél lényegesebb különbség van a szomszédság meghatározásában. Korábban említettük, hogy ha a kölcsönhatási tartomány gömb alakú, mint a Daruka-modellben, úgy felléphet az a hatás, hogy egy intenzíven leszálló madár kikerül a raj hatóköréből, így gyakorlatilag a raj szempontjából elveszik az információ, hogy valaki leszállt.

A legfontosabb különbség a leszállás folyamatának beindításában és ezzel összefüggésben a rendszerben lévő zaj és a felszín szerepének kezelésében van. A Daruka-modell mozgásegyenletei alapvetően determinisztikusak. Sztochasztikus hatások csak a madár leszállási szándékát érik. A leszállási szándék egy bizonyos határérték elérése után az eddig a madarat a felszíntől eltaszító erőt átváltja a madarat a felszínhez

vonzó erővé. Ezzel szemben az általunk bevezetett modellben a zaj közvetlen befolyással van a mozgásra, a felszíntől taszító erő pedig leszállás közben is megmarad, annak felhajtó hatását leszálláskor a zaj eloszlásának torzulása kompenzálja, miközben a madár leszállási szándéka változatlan.

Ennek az elrendezésnek az az előnye, hogy így módunkban áll közvetlen vizsgálni az *a priori* leszállási szándékok viszonyát a valóban megvalósuló leszállásokéhoz. Daruka modelljében ez azért is lenne problémás, mert a madarak közötti csatolás eltávolítása esetén (mondjuk a kölcsönhatási sugár 0-ra csökkentésével) a leszállási szándékot vezérlő 2.8 egyenletben a determinisztikus tag mindig negatív lenne. Ez a [16]-ban leírt tipikus paraméterértékek mellett azt jelenti, hogy a madarak sosem szállnának le.

3.4. A modell részletei

3.4.1. Az erők részletes alakjai

Itt a 3.2 részben bemutatott szociális erők részletes alakjait fogjuk bemutatni N madár esetén. Ugyan minden erőt külön együttthatóval súlyozunk, de a normálások miatt egyet-egyet egységnyinek választhatunk az általánosság megszorítása nélkül. Így az

$$\mathbf{f}_{xy,i}^{\text{átl}} = \langle \mathbf{v}_{xy} \rangle_{\mathcal{V}_i} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{f}_{z,i}^{\text{átl}} = \langle \mathbf{v}_z \rangle_{\mathcal{V}_i} \quad (3.6)$$

egyenletek együttthatói egységnyiek, ahol a $\langle \rangle_{\mathcal{V}_i}$ az i -edik madár $\mathcal{V}_i$ környezetében lévő madarakra vett átlagolást jelenti. Emlékeztetőül, a leszállt madarak az $\mathbf{f}_{xy,i}^{\text{átl}}$ esetén nincsenek benne $\mathcal{V}_i$ -ben, míg $\mathbf{f}_{z,i}^{\text{átl}}$ szempontjából sebességük $-\mathbf{v}$.

A z irányú taszító erő lineárisan nő fel

$$\mathbf{f}_{z,i}^{\text{tasz}} = \sum_{j=1}^N \mathbf{f}_{z,i,j}^{\text{tasz}} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{f}_{z,i,j}^{\text{tasz}} = \begin{cases} +A[d/2 - (\mathbf{r}_{z,i} - \mathbf{r}_{z,j})] & \text{ha } 0 < \mathbf{r}_{z,i} - \mathbf{r}_{z,j} \leq d/2 \\ -A[d/2 + (\mathbf{r}_{z,i} - \mathbf{r}_{z,j})] & \text{ha } -d/2 \leq \mathbf{r}_{z,i} - \mathbf{r}_{z,j} < 0 \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \quad (3.8)$$

és az xy irányban is minden komponensre ugyanilyen egyenletek érvényesek, ugyan-
ezzel az A együttthatóval.

A raj összetartását szolgáló erő is lineárisan nő fel, ha a madár túlságosan
eltávolodik a raj síkbeli középpontjától:

$$\mathbf{r}_{xy,i}^{\Delta\text{TKP}} = \mathbf{r}_{xy,i} - \frac{\left(\sum_{j=1}^N \mathbf{r}_{xy,j}\right)}{N} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{f}_{xy,i}^{\text{koh}} = \begin{cases} 0 & \text{ha } |\mathbf{r}_{xy,i}^{\Delta\text{TKP}}| < D/2 \\ -B \left(|\mathbf{r}_{xy,i}^{\Delta\text{TKP}}| - D/2 \right) \frac{\mathbf{r}_{xy,i}^{\Delta\text{TKP}}}{|\mathbf{r}_{xy,i}^{\Delta\text{TKP}}|} & \text{egyébként.} \end{cases} \quad (3.10)$$

A repülési magasságot beállító erő

$$\mathbf{f}_{z,i}^{\text{h}} = \begin{cases} -\frac{C}{20} \left(1 + \tanh \left[\frac{10}{R} (\mathbf{r}_{z,i} - h - \Delta h) \right] \right) & \text{ha } \mathbf{r}_{z,i} - h > 0 \\ +\frac{C}{20} \left(1 + \tanh \left[\frac{10}{R} (h - \mathbf{r}_{z,i} - \Delta h) \right] \right) & \text{egyébként,} \end{cases} \quad (3.11)$$

ami így a h körüli $\pm\Delta h$ tartományban gyakorlatilag szabadon hagyja mozogni a
madarakat, míg azon kívül visszahúzza h felé.

A síkbeli zajhoz vegyünk fel egy

$$x = r \cos \varphi \quad (3.12)$$

$$y = r \sin \varphi \quad (3.13)$$

polárkoordináta-rendszert. A zajhoz generálunk egy véletlen irányú $\boldsymbol{\xi}_{xy,i}(t)$ egység-
vektort, amihez $r = 1$ és φ pedig a $[0; 2\pi]$ intervallumon értelmezett időben kor-
relálatlan egyenletes eloszlásból származik. Ekkor a vízszintes irányú zaj a követ-
kezőképpen alakul:

$$\mathbf{f}_{xy,i}^{\text{zaj}}(t) = \beta \boldsymbol{\xi}_{xy,i}(t). \quad (3.14)$$

Az z irányú zaj a $t_{f,i}$ idő előtt hasonló,

$$\mathbf{f}_{z,i}^{\text{zaj}}(t \leq t_{f,i}) = \beta \boldsymbol{\xi}_{z,i}(t), \quad (3.15)$$

ahol $\boldsymbol{\xi}_{z,i}(t)$ a $[-1; +1]$ intervallumon értelmezett egyenletes eloszlásból vett minta.

Ez $t > t_{f,i}$ -re az

$$\tan \vartheta = \frac{1}{2} \left(1 - \exp \left(-\frac{t - t_{f,i}}{\tau} \right) \right) \quad (3.16)$$

$$\mathbf{f}_{z,i}^{\text{zaj}}(t > t_{f,i}) = \frac{\beta - \beta \sqrt{1 + 4 \tan \vartheta + 4 \tan^2 \vartheta - 8 \xi_{z,i}(t) \tan \vartheta}}{2 \tan \vartheta} \quad (3.17)$$

egyenletekbe megy át, amelyek azt írják le, hogy $\mathbf{f}_{z,i}^{\text{zaj}}$ sűrűségfüggvénye a konstans függvényből átmegy egy háromszögeloszlásba.

3.4.2. Paraméterek, mértékegységek és kezdőfeltételek

A hosszúság mértékegységét az $R = 1$ kölcsönhatási sugár, míg az idő mértékegységét a $\Delta t = 1$ adja. A paraméterek használt értékeiről az 3.1 táblázat nyújt információt. Az értékek megválasztásánál az vezérelt minket, hogy a síkban rendezett mozgás alakuljon ki és a leszállási jelenség megfigyelhető legyen. A szimulációk során ezek közül csak σ -t, α -t és B -t változtattuk.

paraméter	leírása	értéke	mértékegysége
N	a madarak száma	300	dimenziótlan
v	a madarak sebessége	0,1	$R/\Delta t$
D	a raj síkbeli átmérője	20	R
d	a madár által elfoglalt térrész átmérője	5/30	R
h	a repülési magasság	100	R
Δh	a gyenge $\mathbf{f}_z^h$ tartomány fele	2	R
τ	a fáradás mértéke	5000	$1/\Delta t$
μ	t_f -ek eloszlásának közepe	50000	Δt
σ	t_f -ek eloszlásának szórása	5000	Δt
A	$\mathbf{f}_{xy}^{\text{tasz}}$ és $\mathbf{f}_z^{\text{tasz}}$ együtthatója	100	$1/\Delta t$
B	$\mathbf{f}_z^h$ együtthatója	0,1	$R/\Delta t$
C	$\mathbf{f}_{xy}^{\text{koh}}$ együtthatója	100/3	$1/\Delta t$
α	a z irányú zaj együtthatója	0,2	$R/\Delta t$
β	az xy irányú zaj együtthatója	0,05	$R/\Delta t$

3.1. táblázat. A paraméterek értékei és mértékegységei. A szimulációk során többnyire σ , α és B értékét változtattuk az itt megadottakhoz képest.

A kezdőfeltételeket úgy választottuk meg, hogy azok természetesen illeszkedjenek a különböző erők adta korlátokhoz, de ezenfelül semmi rendezettség ne legyen benne. Ennek megfelelően mind vízszintesen, mind függőlegesen véletlen irányú sebességet kaptak a madarak, térben pedig úgy helyeztük el őket, hogy a $\mathbf{f}_{xy}^{\text{koh}}$ által megszabott

R sugarú és a $\mathbf{f}_z^h$ által megszabott h körüli $2\Delta h$ magasságú hengerben egyenletesen osztottuk el őket. Mivel a leszállási effektusok csak jóval a szimuláció indulása után kezdődnek a magas μ miatt, így van idejük rendeződni.

4. Eredmények

4.1. Vízszintes rendeződés

Mint azt már megmutatták [14]-ben, a vízszintes irányú zajszint megfelelő megválasztása esetén a síkban rendezett mozgást kapunk. A 4.1. ábrán néhány önkényesen választott β értéknél láthatóak a madarak pályáinak kétdimenziós vetületei az xy síkra. Az általunk használt paraméter a 4.1b ábrán látható, ahol a madarak nem nyílegyenesen, de rendezetten mozognak. Ezzel szemben a 4.1d ábrán a raj elveszti a sebességbeli koherenciáját, így a tömegközéppont lényegében mozdulatlan. Ennek megfelelően a $D = 20$ átmérőjű körből lényegében nem lépnek ki a madarak.

4.2. A leszállás kvantitatív jellemzése

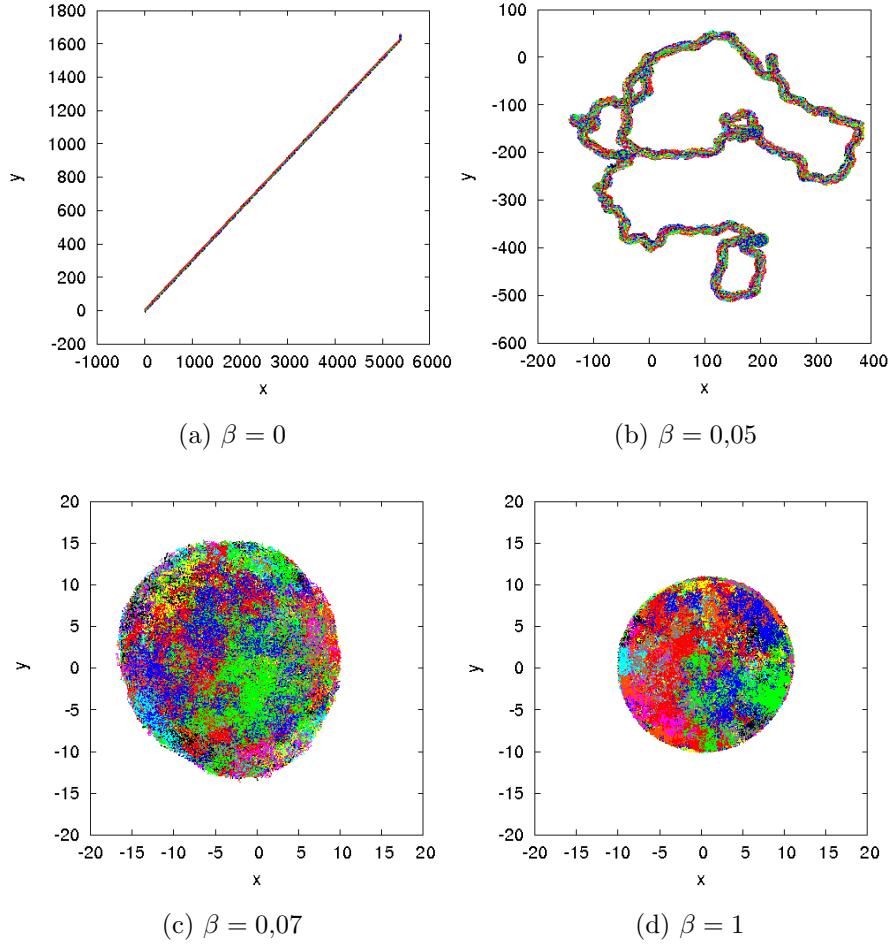
A leszállás kvantitatív jellemzésére több mennyiséget is vizsgáltunk, melyeket független futtatásokra átlagoltunk.

A raj térbeli kohéziójának jellemzésére vizsgáltuk a síkbeli koordináták szórását repülés közben (σ_{xy}^0 , ahol a koordinátákat a $t = 1000$ időpontban vettük), illetve a teljes raj leszállása után (σ_{xy}). Matematikailag kifejezve:

$$\mathbf{r}_{xy}^{\text{TKP}} = \frac{\sum_{j=1}^N \mathbf{r}_{xy,j}}{N} \quad (4.1)$$

$$\sigma_{xy} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\mathbf{r}_{xy,j} - \mathbf{r}_{xy}^{\text{TKP}})^2}. \quad (4.2)$$

A leszállás időbeli lefolyását a már leszállt madarak (N_L) és az összes madár hányadának változásán keresztül követtük figyelemmel. Ennek kapcsán megmértük, hogy mennyi idő telik el aközött, hogy a madarak 20 illetve 80 százaléka leszállt (T_{60}), illetve azt is, hogy ez mennyi idő, ha a madarak között nincs csatolás, azaz az $\mathbf{f}_z^{\text{átl}} \equiv 0$ (T_{60}^0).



4.1. ábra. A madarak teljes pályái az xy síkra leképezve különböző vízszintes zajszintek mellett. A színek a különböző madarakat jelölik, a vízszintes tengelyeken az x , a függőleges tengelyeken az y koordináta található. Az (a)-tól a (d)-ig a növekvő zaj hatására az egyenes vonalú mozgás előbb kacsaringósba megy át, majd egyre határozottabban beszorul a $\mathbf{f}_{xy}^{\text{koh}}$ által meghatározott tartományban. Paraméterek: $B = 0,2$ illetve lásd 3.1 táblázat.

A madarak leszállási idejének ($t_{L,i}$) szinkronizálódását az *a priori* t_f fáradási időkhöz képest a leszállási idők

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (t_{L,j} - \langle t_L \rangle)^2} \quad (4.3)$$

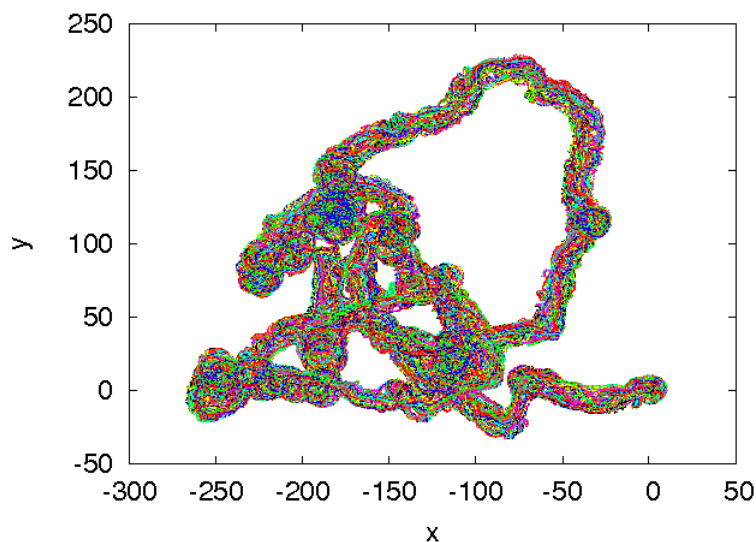
szórásának és a fáradási idők σ szórásának a hányadosával jellemeztük. Itt $\langle \rangle$ az összes madárra vett átlagolást jelöli.

Ezenkívül megbecsültük, hogy hány olyan madár van, amelyik a leszállás időpontjában már maga is le szeretne szállni, és nem csak a raj hatására teszi. Ehhez vettük azon madarak számát (N_f), akik a $z = 0,75h$ magasságot a saját t_f fáradási idejüknel későbbi időpontban érik el. Ez azért lehet érdekes, mert Conradt és Roper (L. Conradt és T.J. Roper, 2003 [17]) modellje alapján az állatcsoportok között a demokratikus döntéshozatal a kifizetődőbb, amennyiben nincs egy nagyon tapasztalt vezető egyed. Mivel ebben a modellben nincsenek kitüntetett egyedek, azt várjuk, hogy $N_f/N > 0,5$.

4.3. Egy tipikus leszállás

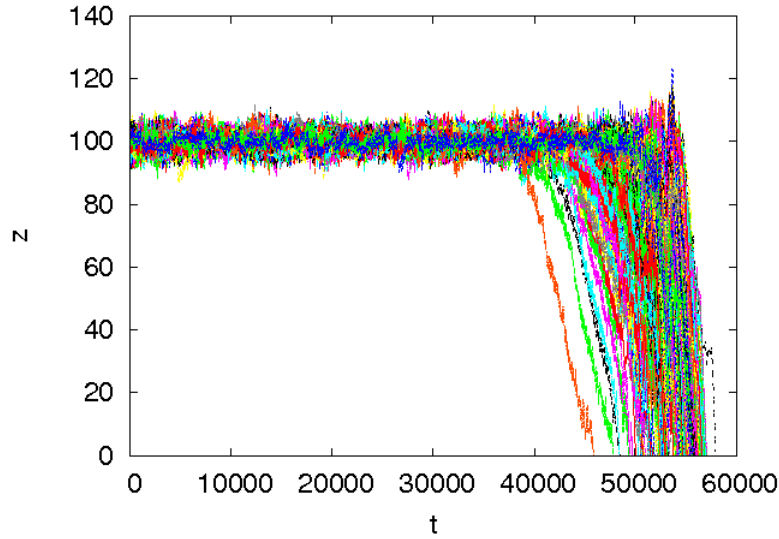
Ebben a részben részletesen bemutatjuk, hogy modellünkben hogyan néz ki egy tipikus leszállás. Ehhez a 3.1 táblázatban feltüntetett paraméterértékeket választottuk és a számszerűsített jellemzőket összesen 120 független futtatásból átlagoltuk (lásd 4.1).

A 4.2 ábrán a madarak xy síkra vetített trajektóriái láthatóak. A raj haladó mozgását szemmel láthatóan időnként megakasztja egy köröző mozgás, majd ismét továbbhaladnak, amit az f_{xy}^{koh} erő vált ki, de ezzel részletesebben nem foglalkoztunk.



4.2. ábra. A madarak pályái az xy síkra vetítve egy tipikus leszálláskor (minden szín egy másik madár). Helyenként megfigyelhető, ahogy a haladó mozgást időnként körözések váltják fel. A futtatási paraméterek értékei a 3.1 táblázatban összefoglalt értékek.

A 4.3 ábrán a madarak z koordinátáit ábrázoltuk az idő függvényében. Leszállás közelében jelentősen átalakulnak a térbeli viszonyok, így az $\mathbf{f}_z^{\text{tasz}}$ és az $\mathbf{f}_z^h$ erők hatására a madarak felfelé is el tudnak indulni egy rövid időre. Érdekes megfigyelni, hogy bár a zaj torzulásának karakterisztikus ideje megegyezik σ -val, mégis az összes madár $\mu + 2\sigma$ -n belül leszáll, tehát viszonylag gyenge torzulás is elegendő a leszállás előidézéséhez. Itt egyben reflektálnánk [17]-re, miszerint a madaraknak a 66%-ánál már torzult volt a zaj, amikor átlépték a $z = 0,75h$ határt, így a tipikus paraméterértékek mellett demokratikus döntéshozatal történik, mint ahogy azt reméltük is.



4.3. ábra. A madarak z koordinátái az idő függvényében egy tipikus leszállás során (minden szín egy másik madár). A kezdeti h magasság körüli repülés idővel csoportos leszállásba fordul. A futtatási paraméterek értékei a 3.1 táblázatban összefoglalt értékek.

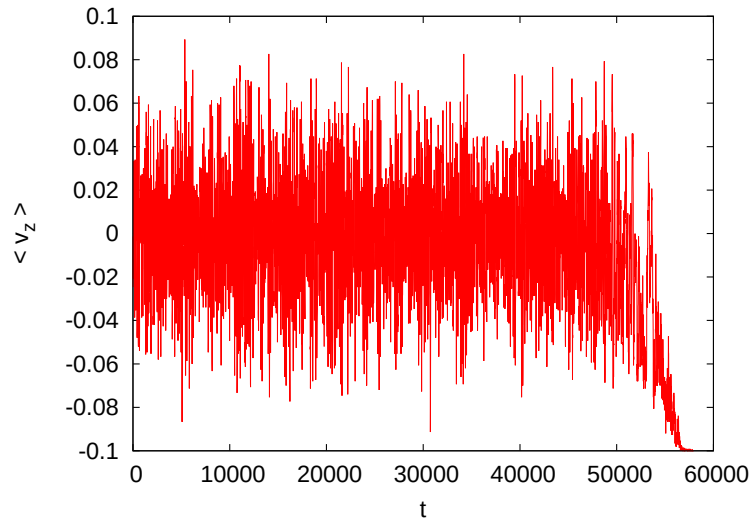
Célunk a modellel az *a priori* leszállási szándékoktól eltérő, szinkronizáltabb leszállás előidézése volt. A 4.5 ábrán láthatjuk, hogy ez mennyire sikerült. A T_{60} illetve T_{60}^0 mennyiséggel jellemezve a görbék meredekségét láthatjuk, hogy csatolt esetben több mint kétszer meredekebb, mint csatolatlan esetben. Ugyancsak az időbeli szinkronizáltságot mutatja, hogy a t_L leszállási idők szórása szintén hasonlóan aránylik a t_f leszállási szándékok szórásához.

A síkbeli kohéziót a repülés során a $\mathbf{f}_{xy}^{\text{koh}}$ biztosítja, amely viszont egy leszállt madárra már nem hat. Emiatt a repülés közben mért szórásai az $\mathbf{r}_{xy,i}$ -knek valamivel kisebb, mint a leszállás után. Ez a 4.6 ábrán is látszik, ugyanis az átlagos szomszédság

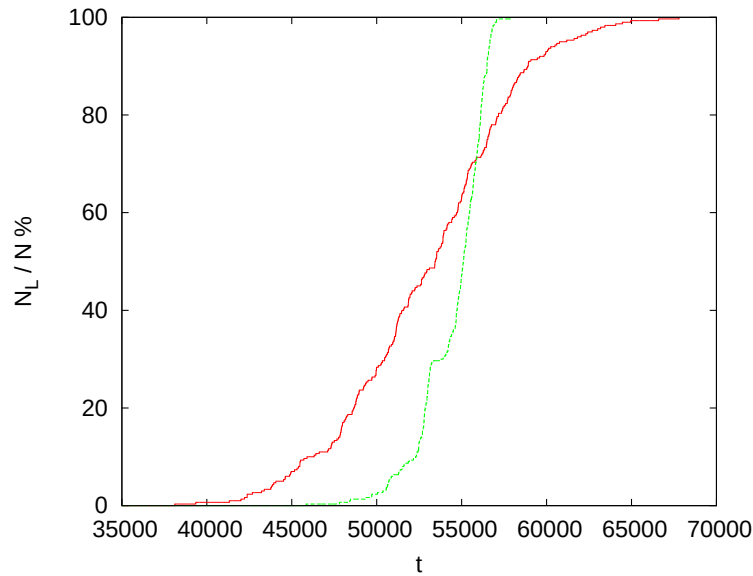
($\langle N_{\mathcal{V}_i} \rangle$ azaz a $\mathcal{V}_i$ környezetekben levő madarak átlagos száma) lecsökken a leszállás során.

menyiség	leírása	értéke	
$\langle t_L \rangle$	a leszállási idők átlaga	54122	± 501
σ_L	a leszállási idők szórása	1997	± 297
σ_L/σ	az időbeli szinkronizáltság mértéke	0,399	$\pm 0,059$
T_{60}	a leszállás élessége csatolt esetben	3451	± 648
T_{60}^0	a leszállás élessége csatolatlan esetben	8425	± 499
σ_{xy}^0	a síkbeli kohézió repülés közben	7,76	$\pm 0,64$
σ_{xy}	a síkbeli kohézió leszállás után	13,2	$\pm 2,4$
N_f/N	becslés arra, hány madár akart <i>a priori</i> is leszállni	0,663	$\pm 0,030$

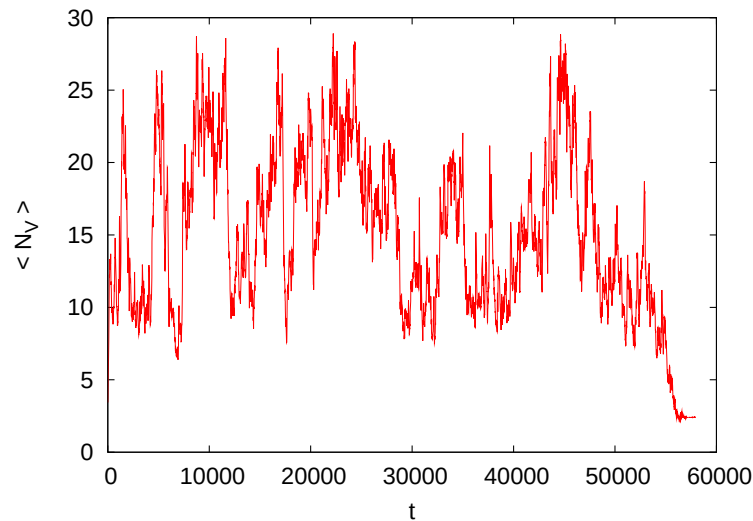
4.1. táblázat. A tipikus paraméterek (lásd. 3.1) mellett a leszállás különböző jellemzői 120 független futtatásra átlagolva.



4.4. ábra. A madarak átlagos z irányú sebessége az idő függvényében – ahol a leszállt madarak sebessége, mint $-v$ van beszámolva – egy tipikus leszállás során. A futtatási paraméterek értékei a 3.1 táblázatban összefoglalt értékek.



4.5. ábra. A már leszállt madarak száma az összes madár százalékában egy tipikus leszállás során. A vörös görbe a csatolás nélküli ($f_z^{\text{atl}} \equiv 0$) leszállás, míg a zöld görbe a csatolásos futtatás eredménye. Látható, hogy a csatolás szinkronizálja a madarak leszállását. A futtatási paraméterek értékei a 3.1 táblázatban összefoglalt értékek. Itt $T_{60} = 3235$ és $T_{60}^0 = 8482$.



4.6. ábra. A madarak $\mathcal{V}$ környezetében lévő madarak átlagos száma az idő függvényében. Repülés közben ennek az időátlaga itt $\overline{\langle N_{\mathcal{V}_i} \rangle} = 16,8 \pm 5,1$. A futtatási paraméterek értékei a 3.1 táblázatban összefoglalt értékek.

4.4. A leszállás függése a paramétereiktől

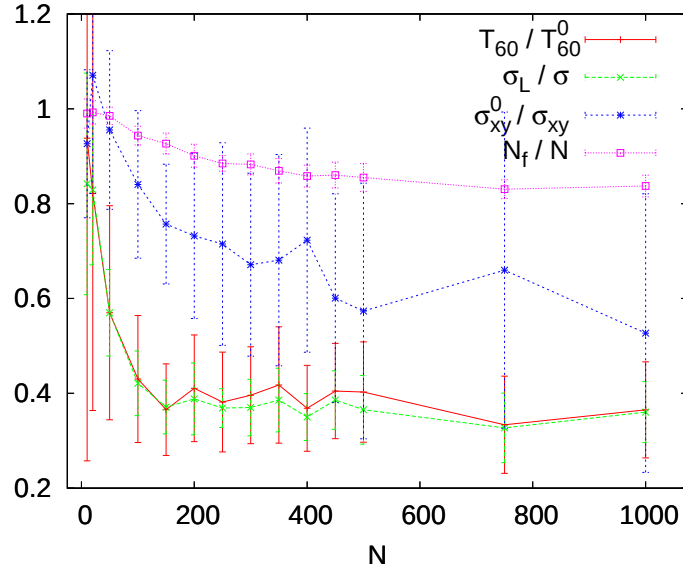
A kapott eredmények robusztusságát vizsgáltuk, úgy, hogy néhány fontosabb paramétert megváltoztattunk és figyeltük a hatását az általunk mért mennyiségekre. Összesen négy ilyen paramétert néztünk: a madarak számát, az *a priori* leszállási szándékok szórását illetve az $\mathbf{f}_z^{\text{zaj}}$ és $\mathbf{f}_z^{\text{h}}$ erők együtthatóját.

Azt találtuk, hogy a madarak száma $N > 200$ esetén a leszállás jellemzőit lényegében nem befolyásolja, így a saját $N = 300$ választásunk megfelelőnek bizonyult (lásd 4.7. ábra).

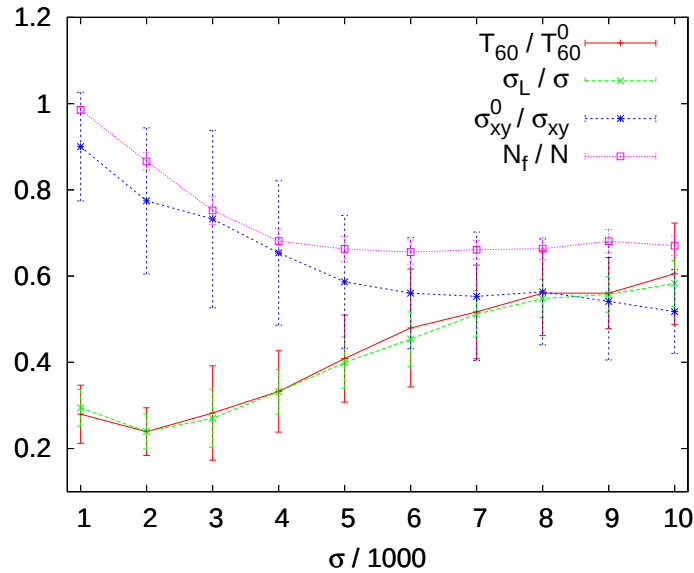
A σ szórás hatása valamivel érdekesebb. Ahogy az várható, a szórás növelése csökkenti az időbeli és a térbeli kohéziót a leszállás során. Ami nem ennyire triviális, az az, hogy egy bizonyos határig csökkenti azon madarak arányát, akik maguktól is akkor szálltak volna le, amikor a raj tette. Úgy gondoljuk, az nem túl reális, hogy a madaraknak jóval több, mint 50%-a kell ahhoz, hogy az egész raj leszálljon, ezért az egyre kevésbé éles leszállás és a csökkenő N_f közötti kompromisszumként a $\sigma = 5000$ elég reális választásnak látszik, de az eredmények jellegét ± 1000 eltérés sem befolyásolná (lásd 4.8. ábra).

A két erő vizsgálata során azt láttuk, hogy amennyiben a többi paraméter adott, viszonylag szűk határok között változtathatóak csak az együtthatók, különben vagy nagyon megváltoznak a leszállás jellemzői, vagy egyenesen értelmetlenné válik a modell. A zaj esetén ez azt jelenti, hogy ha túl alacsony, akkor az $\mathbf{f}_z^{\text{átl}}$ túlságosan rendezi a z irányú mozgást, így bármiféle fáradás nélkül képesek kijutni a madarak az $\mathbf{f}_z^{\text{h}}$ erő által adott korlátokból, tehát a modell lényege nem jut szóhoz. A kritikus zajszint elérése után viszont elég élesen elkezd eltűnni az időbeli kohézió nagyrésze. A zajszint további növelése esetén már stabilabban tartja a rendszer ezt a nem túl erős kohéziót, bár ha a zaj nagyságrendekkel nagyobb, mint a többi erő, akkor nyilvánvalóan fellépne az a gond, hogy pusztán az egyenletes, torzítatlan zaj is a földre tudná vinni a madarakat (lásd 4.9. ábra).

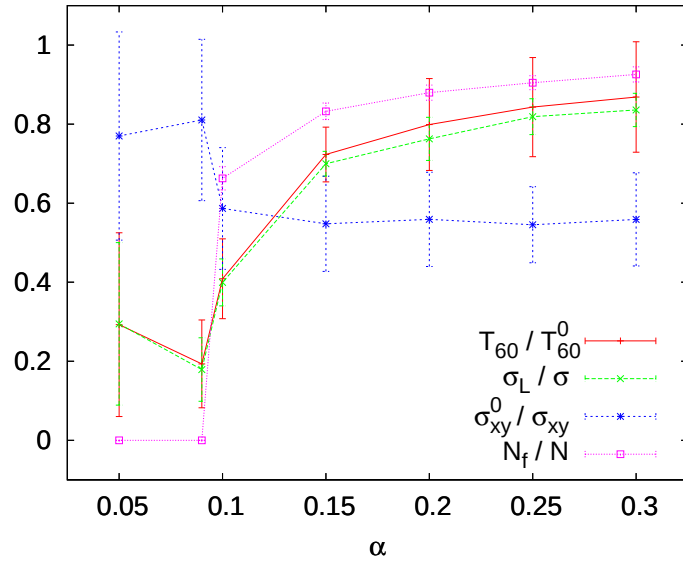
Az $\mathbf{f}_z^{\text{h}}$ erő korlátai nem ennyire szűkösek. A modell működéséhez természetesen itt is szükséges egy minimális érték, különben megint csak „véletlen” leszállhatnak a madarak, illetve van egy maximuma, ami felett az összes többi erőt elnyomva végtelen ideig a h magasságon tartja a madarakat. Az ennél szűkebb korlátot itt is a döntésben résztvevő madarak száma adja, ugyanis a minimális érték fölött viszonylag hamar bőven 0,5 fölé kerül N_f aránya N -hez (lásd 4.10. ábra).



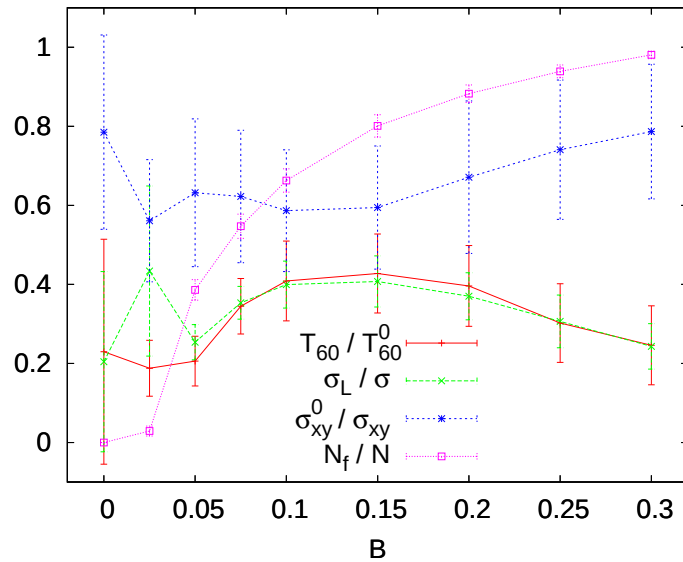
4.7. ábra. A raj méretének hatása a leszállás különböző paramétereire. Kétszáz madár felett az időbeli kohézió lényegében változatlan, és a többi érték is lassan változik, így az általunk használt $N = 300$ megfelelő választás volt. A $\mathbf{f}_z^h$ együtt-hatója $B = 0,2$, ezen és a madarak számán kívüli futtatási paraméterek értékei a 3.1 táblázatban összefoglalt értékek.



4.8. ábra. Az *a priori* leszállási szándékok szórásának hatása a leszállás különböző paramétereire. Az N_f nagyjából $\sigma = 5000$ felett elér egy minimumot, míg az időbeli kohézió σ növelésével folyamatosan csökken. A σ -n kívüli futtatási paraméterek értékei a 3.1 táblázatban összefoglalt értékek.



4.9. ábra. A függőleges zaj hatása a leszállás különböző paramétereire. Látható, hogy $N_L = 0$ amikor $\alpha < 0,1$, ugyanis túl alacsony függőleges zajszint esetén az $\mathbf{f}_z^{\text{átl}}$ hamarabb kiszakítja a rajt $\mathbf{f}_z^h$ -ből, mint ahogy elkezdenének fáradni a madarak. A α -n kívüli futtatási paraméterek értékei a 3.1 táblázatban összefoglalt értékek.



4.10. ábra. Az $\mathbf{f}_z^h$ erő együtthatójának hatása a leszállás különböző paramétereire. Mint ahogy várható volt, kell egy bizonyos minimális érték, hogy a leszállás ne véletlen, hanem az általunk előírt hatásoknak megfelelően következzen be. A B -n kívüli futtatási paraméterek értékei a 3.1 táblázatban összefoglalt értékek.

5. Összegzés

A dolgozatban bemutattunk egy egyszerű fenomenológiai modellt, amellyel madárrajok kollektív leszállását írtuk le. Bár a modell a valódi madarak viselkedésének erőteljes egyszerűsítése, képes megragadni a leszállásnak azt a jellegét, hogy a különböző előzetes szándékú madarak leszállása térben és időben szinkronizált. A modell ezen sikere továbbá valószínűsíti, hogy bár a madarak minden bizonnyal képesek rá, a szinkronizált mozgáshoz nem szükséges bonyolult kommunikáció.

Modellünket összevetettük a korábbi irodalommal és azt találtuk, hogy ahhoz képest újszerű megközelítésben tárgyalja a jelenséget, illetve lehetőséget biztosított arra, hogy a leszállás jellemzőit összevessük az egyes madarak egyéni jellemzőivel.

Ugyan a modell madarak leszállásának leírására készült, úgy gondoljuk, hogy az alapvető koncepció hasonló problémákra adaptálható. Ezenkívül továbblépési lehetőséget jelenthet például, hogy a modell a környezetet teljesen homogénnek tekintí, így vizsgálható lenne annak hatása, ha különböző helyek különböző mértékben lennének alkalmasak a leszállásra.

Hivatkozások

- [1] C. Castellano, S. Fortunato, and V. Loreto. *Statistical physics of social dynamics*. Rev. Mod. Phys., 81(2):591–646, 2009
- [2] I. D. Couzin and J. Krause. *Self-organization and collective behavior in vertebrates*. Advances in the Study of Behavior, 32:1–75, 2003
- [3] M. Michard and J.-P. Bouchaud. *Theory of collective opinion shifts: from smooth trends to abrupt swings*. Eur. Phys. J. B, 47(1):151–159, 2005
- [4] I. Farkas, D. Helbing, and T. Vicsek. *Mexican waves in an excitable medium*. Nature, 419:131, 2002
- [5] P. K. Visscher and T. D. Seeley. *Coordinating a group departure: who produces the piping signals on honeybee swarms?*. Behav. Ecol. Sociobiol., 61:1615–1621, 2007
- [6] J. D. Halley and M. Burd. *Nonequilibrium dynamics of social groups: insights from foraging argentine ants*. Insectes Soc., 51:226–231, 2004
- [7] A. J. W. Ward, D. J. T. Sumpter, I. D. Couzin, P. J. B. Hart, and J. Krause. *Quorum decision-making facilitates information transfer in fish shoals*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 105(19):6948–6953, 2008
- [8] M. Ballerini et al. *Empirical investigation of starling flocks: a benchmark study in collective animal behaviour*. Anim. Behav., 76:201–215, 2008
- [9] J. M. Davis. *The coordinated aerobatics of dunlin flocks*. Anim. Behav., 28:668–673, 1980
- [10] A. Sibbald R. Bon J. Gautrais, P. Michelena and J.-L. Deneubourg. *Allo-mimetic synchronization in merino sheep*. Anim. Behav., 74:1443–1454, 2007
- [11] H. Meunier, J.-L. Deneubourg, and O. Petit. *How many for dinner? recruitment and monitoring by glances in capuchins*. Primates, 49:26–31, 2008
- [12] E. Sirot. *Social information, antipredatory vigilance and flight in bird flocks*. Anim. Behav., 72:373–382, 2006

- [13] S. Galam. *Rational group decision making: A random field ising model at $t = 0$.* Physica A, 238:66–80, 1997
- [14] T. Vicsek, A. Czirók, E. Ben-Jacob, I. Cohen, and O. Shochet. *Novel type of phase transition in a system of self-driven particles.* Phys. Rev. Lett., 75(6):1226–1229, 1995
- [15] G. Grégoire and H. Chaté. *Onset of collective and cohesive motion.* Phys. Rev. Lett., 92(2), 2004
- [16] Daruka I. *A phenomenological model for the collective landing of bird flocks.* Proc. R. Soc. B, 276:911–917, 2009
- [17] L. Conradt and T. J. Roper. *Group decision-making in animals.* Nature, 421:155–157, 2003

NYILATKOZAT

Név: Ferdinandy Bence

ELTE Természettudományi Kar, szak: fizika BSc.

ETR azonosító: FEBPABT.ELTE

Szakdolgozat címe:

Madarak kollektív leszállásának vizsgálata számítógépes szimulációval

A **szakdolgozat** szerzőjeként fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy a dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések standard szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Budapest, 2010. május 28.

a hallgató aláírása